Esercitazione 06: Sistemi interconnessi e funzioni di trasferimento

20 aprile 2016 (3h)

Alessandro Vittorio Papadopoulos
alessandro.papadopoulos@polimi.it

Fondamenti di Automatica
Prof. M. Farina

1 Schema a blocchi

Con riferimento al seguente schema a blocchi mostrato in Figura 1

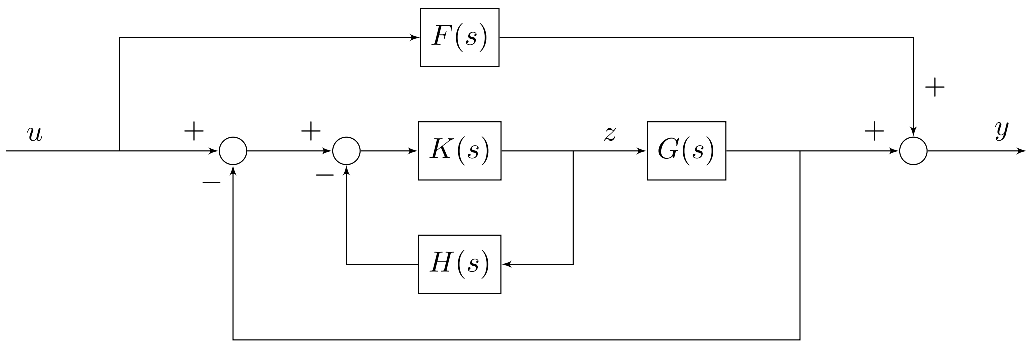

Figura 1: Schema a blocchi di riferimento.

1. Si determini la funzione di trasferimento tra l'ingresso $u(t)$ e la variabile $z(t)$.
2. Si determini la funzione di trasferimento tra l'ingresso $u(t)$ e l'uscita $y(t)$.
3. Si dica se è necessario che uno dei sistemi $G(s)$, $H(s)$, $K(s)$, $F(s)$ sia asintoticamente stabile per l'asintotica stabilità del sistema complessivo.

2 Schemi a blocchi

Si calcoli la funzione di trasferimento dall'ingresso $u(t)$ all'uscita $y(t)$ del il sistema interconnesso rappresentato in Figura 2, composto da tre sistemi lineari con funzione di trasferimento $G_1(s)$, $G_2(s)$ e $G_3(s)$.

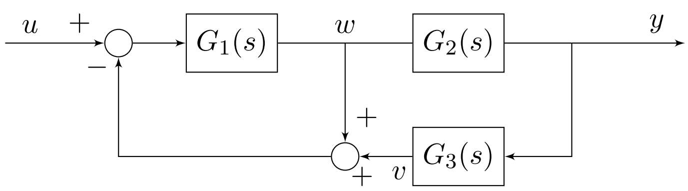

Figura 2: Sistema interconnesso.

3 Schema a blocchi

Dato lo schema a blocchi mostrato in Figura 3

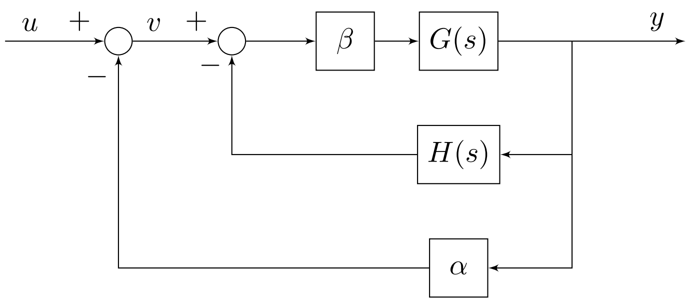

Figura 3: Schema a blocchi di riferimento.

con
$$G(s) = \frac{1}{s+1}, \quad H(s) = \frac{s}{s+2}, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}, \quad \alpha > 0, \beta > 0$$

1. Calcolare la funzione di trasferimento tra l'ingresso $u(t)$ e l'uscita $y(t)$.
2. Si calcolino guadagno generalizzato, tipo, poli, zeri della funzione di trasferimento ottenuta al punto precedente.
3. Studiare la stabilità del sistema cui corrisponde la funzione di trasferimento trovata al punto precedente.
4. Posti $\alpha = 1$ e $\beta = 2$, tracciare l'andamento qualitativo della risposta all'ingresso $u(t) = \text{sca}(t)$.

4 Schema a blocchi

Si consideri il sistema dinamico con ingresso $u(t)$ e uscita $y(t)$ descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{cases} \dot{w}(t) = w(t) + 2x(t) \\ \dot{z}(t) = 4y(t) \\ \dot{y}(t) = -4y(t) + 5\,(w(t) - z(t)) \\ x(t) = u(t) + 10y(t) \end{cases}$$

1. Si disegni lo schema a blocchi corrispondente.
2. Si calcoli la funzione di trasferimento complessiva tra l'ingresso $u(t)$ e l'uscita $y(t)$.
3. Come si sarebbe potuta calcolare tale funzione di trasferimento in modo alternativo?
4. Il sistema complessivo è asintoticamente stabile?

5 Schema a blocchi

Si consideri lo schema a blocchi rappresentato in Figura 4.

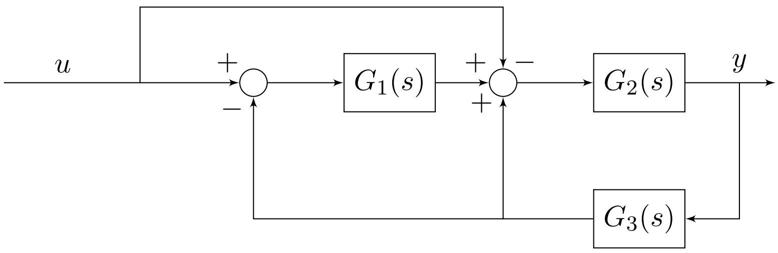

Figura 4: Schema a blocchi.

1. Si calcoli la funzione di trasferimento (F.d.T.) complessiva tra l'ingresso $u(t)$ e l'uscita $y(t)$.
2. Si ponga:
$$G_1(s) = \frac{4(1+5s)}{1+4s}, \quad G_2(s) = \frac{2}{s}, \quad G_3(s) = k$$
Per quali valori di k il sistema complessivo è asintoticamente stabile?
3. Si ponga $k = 100$. Qual è il valore di regime per l'uscita a fronte di un ingresso costante $u(t) = 200$?

6 Schema a blocchi

Si considerino i sistemi dinamici:

$$\mathcal{S}_1 : \begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ w(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} x(t) - 4z(t) \end{cases}$$

$$\mathcal{S}_2 : \dot{z}(t) = -z(t) + 2u(t) + 5w(t)$$

1. Dire se i sistemi dati, presi singolarmente, sono asintoticamente stabili.
2. Considerando che:
   - per il sistema $\mathcal{S}_1$ gli ingressi sono $u(t)$ e $z(t)$ e l'uscita è $w(t)$,
   - per il sistema $\mathcal{S}_2$ gli ingressi sono $u(t)$ e $w(t)$ e l'uscita è $z(t)$,

   si disegni lo schema a blocchi complessivo che mostri le interconnessioni tra i sottosistemi dati, e che abbia come ingresso $u(t)$ e uscita $z(t)$.
3. Si calcoli la funzione di trasferimento (F.d.T.) complessiva tra l'ingresso $u(t)$ e l'uscita $z(t)$.
4. Si tracci la risposta alo scalino del sistema con ingresso $u(t)$ e uscita $z(t)$.

7 Schemi a blocchi

Si consideri il sistema interconnesso mostrato in Figura 5, in cui $G_1(s)$, $G_2(s)$, $G_3(s)$, $G_4(s)$ sono le funzioni di trasferimento di sistemi lineari del primo ordine.

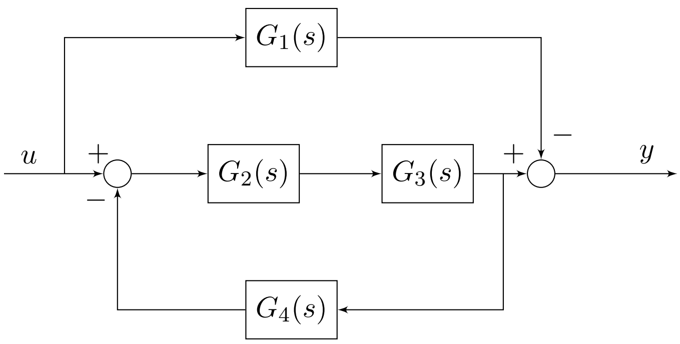

Figura 5: Sistema $\mathcal{S}$ con ingresso $u(t)$ e uscita $y(t)$.

Si risponda in modo chiaro e preciso ai seguenti quesiti:

1. Scrivere l'espressione della funzione di trasferimento $H(s)$ del sistema con ingresso $u(t)$ e uscita $y(t)$.
2. Posto
   $$G_1(s) = \frac{1}{s+10}, \quad G_2(s) = \frac{s-1}{s+2}, \quad G_3(s) = \frac{1}{s-1}, \quad G_4(s) = -\frac{8}{s+9},$$
   calcolare l'espressione di $H(s)$.
3. Valutare le proprietà di stabilià del sistema con ingresso $u(t)$ e uscita $y(t)$, con le funzioni di trasferimento del punto 2.
4. Determinare il guadagno, il tipo, i poli e gli zeri di $H(s)$ calcolata al punto 2.
5. Tracciare l'andamento qualitativo della risposta forzata di $H(s)$ all'ingresso $u(t) = \text{sca}(t)$, indicando nel grafico

(a) valore iniziale;

(b) valore asintotico;

(c) tempo di assestamento.