

Esercitazione 13: Esercitazione di ripasso per la II prova in itinere

20 giugno 2016 (3h)

Alessandro Vittorio Papadopoulos
alessandro.papadopoulos@polimi.it

Fondamenti di Automatica
Prof. M. Farina

1 Analisi prestazioni

In Figura 1 sono rappresentati i diagrammi di Bode (asintotici ed esatti) della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento $G(s)$ di un sistema dinamico lineare asintoticamente stabile con ingresso $u(t)$ ed uscita $y(t)$.

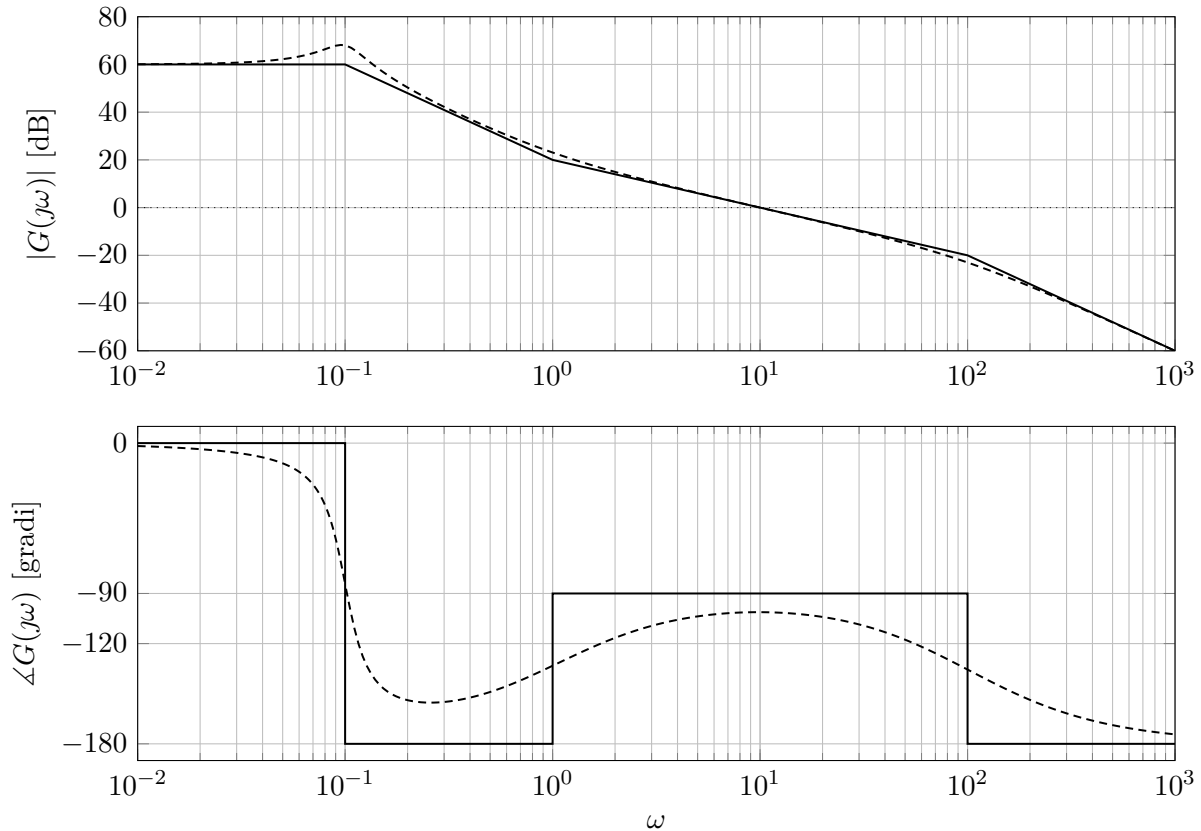


Figura 1: Diagrammi di Bode asintotici (linea continua) ed esatti (linea tratteggiata) della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento $G(s)$.

1. Dire, giustificando la risposta, se le seguenti affermazioni sono vere o false.
 - (a) La risposta del sistema all'ingresso $u(t) = sca(t)$ si assesta al valore 1000.
 - (b) La risposta del sistema all'ingresso $u(t) = sca(t)$ presenta oscillazioni ripetute smorzate.
 - (c) I transitori si esauriscono in un tempo pari circa a 0.5.
 - (d) I segnali sinusoidali in ingresso $u(t) = \sin(\omega t)$ con pulsazione $\omega \in [100, 1000]$ sono attenuati in ampiezza sull'uscita di un fattore maggiore di 5.
2. Il sistema viene retroazionato secondo lo schema in Figura 2 ed è presente un disturbo additivo sull'uscita $d(t)$.

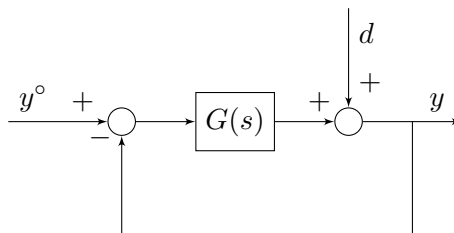


Figura 2: Schema con cui viene retroazionato il sistema con funzione di trasferimento $G(s)$.

Dire, giustificando la risposta, se le seguenti affermazioni sono vere o false.

- (a) Il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.
 - (b) La risposta del sistema retroazionato all'ingresso $y^\circ(t) = \text{sca}(t)$, con $d(t) = 0$, si assesta al valore 1000.
 - (c) I transitori del sistema retroazionato dovuti alla condizione iniziale si esauriscono in un tempo pari circa a 0.5.
 - (d) I segnali sinusoidali in ingresso al sistema retroazionato $y^\circ(t) = \sin(\omega t)$, con pulsazione $\omega \in [100, 1000]$ sono attenuati in ampiezza sull'uscita di un fattore maggiore di 5.
 - (e) I disturbi sinusoidali sull'uscita del sistema retroazionato $d(t) = \sin(\omega t)$ con pulsazione $\omega \in [0.01, 0.1]$ sono attenuati in ampiezza sull'uscita di un fattore maggiore di 10.
3. Dire, giustificando la risposta, come e se cambierebbero le risposte al punto 2, nel caso in cui il disturbo $d(t)$ fosse additivo sull'ingresso al sistema con funzione di trasferimento $G(s)$ invece che sull'uscita, come mostrato in Figura 3.

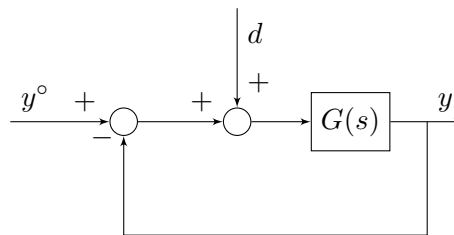


Figura 3: Schema con cui viene retroazionato il sistema con funzione di trasferimento $G(s)$ con disturbo additivo sull'ingresso.

2 Sistema in anello aperto

In Figura 4 sono rappresentati i diagrammi di Bode (esatti e approssimati) del modulo e della fase della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento $G(s)$ di un sistema dinamico lineare di ordine 3.

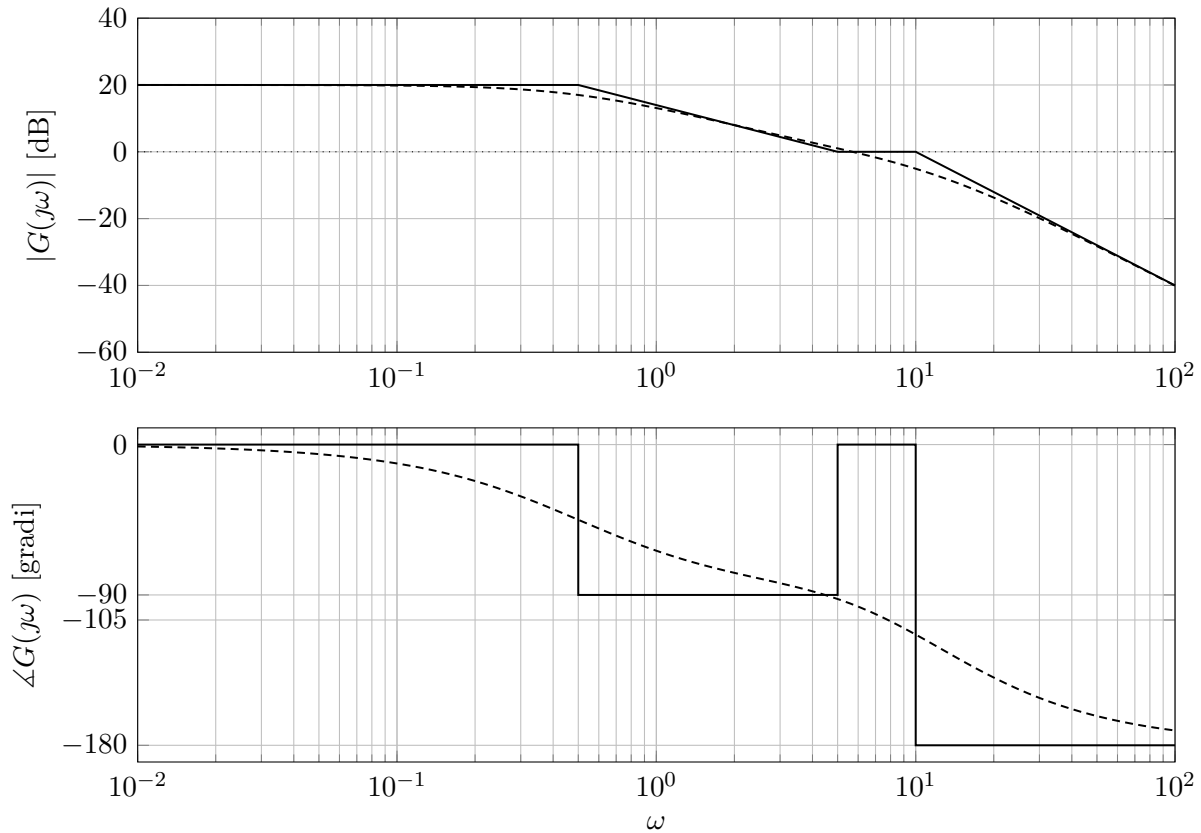


Figura 4: Diagrammi di Bode di $G(s)$.

1. Verificare che il sistema è asintoticamente stabile e tracciare la risposta del sistema all'ingresso $u(t) = \text{sca}(t)$.
2. Determinare l'espressione analitica della risposta di regime del sistema con funzione di trasferimento $G(s)$ all'ingresso $u(t) = \sin(100t) + \cos(0.01t)$.
3. Il sistema con funzione di trasferimento $G(s)$ viene retroazionato con retroazione negativa unitaria come indicato in Figura 5.

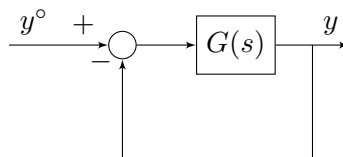


Figura 5: Schema con cui viene retroazionato $G(s)$.

- (a) Verificare che il sistema retroazionato è asintoticamente stabile e tracciare la risposta del sistema all'ingresso $y^o(t) = \text{sca}(t)$.
- (b) Determinare l'espressione analitica della risposta di regime del sistema retroazionato all'ingresso $y^o(t) = 10 + \sin(100t)$. Valutare il tempo necessario affinché la risposta del sistema si assesti a quella di regime calcolata.

4. Il sistema con funzione di trasferimento $G(s)$ viene inserito nello schema di controllo in Figura 6, dove $R(s)$ è la funzione di trasferimento del regolatore.

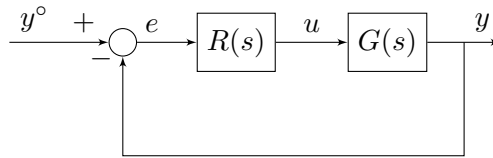


Figura 6: Schema di controllo.

- (a) Posto $R(s) = k$, dire se esiste un valore di $k > 1$ tale che il sistema retroazionato non è asintoticamente stabile.
- (b) Posto $R(s) = \frac{k}{s}$, dire se esiste un valore di $k > 1$ tale che il sistema retroazionato non è asintoticamente stabile.

3 Controllore digitale

Dato il sistema di controllo a tempo continuo in retroazione come mostrato in Figura 7

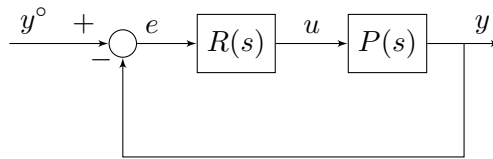


Figura 7: Schema di controllo.

in cui il processo e il regolatore sono rispettivamente descritti dalle funzioni di trasferimento:

$$P(s) = \frac{0.5}{s(1 + 0.01s)}, \quad R(s) = 2 \cdot \frac{1 + 10s}{s}$$

e dovendo realizzare il regolatore con tecnologia digitale:

1. Determinare il tempo di campionamento T_s in modo che la pulsazione di campionamento ω_s sia superiore di almeno una decade alla pulsazione critica ω_c , che il decremento del margine di fase φ_m dovuto a:
 - Campionamento,
 - Tempo di calcolo $\tau_{\text{comp}} = 5\text{ms}$,
 - Filtro antialiasing con banda pari a 10 volte la banda del sistema in anello chiuso,
 non ecceda 9° .
2. Calcolare la funzione di trasferimento $R^*(z)$ del regolatore a tempo discreto ottenuto da $R(s)$ col metodo di Eulero esplicito e con il valore di T_s determinato.
3. Esprimere la corrispondente legge di controllo a tempo discreto.

4 Progetto del controllore

Si consideri il sistema di controllo mostrato in Figura 8.

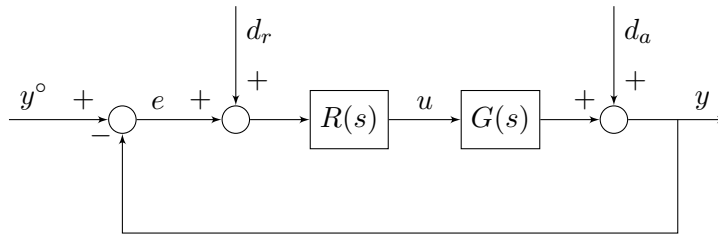


Figura 8: Schema di controllo.

$$G(s) = \frac{e^{-0.5s}}{2s}$$

e i segnali indicati valgono:

$$\begin{aligned} y^o(t) &= 2 \operatorname{sca}(t), \\ d_a(t) &= -0.1 \operatorname{sca}(t), \\ d_r(t) &= A_r \sin(\omega_r t), \quad |A_r| < 10, \omega_r > 20. \end{aligned}$$

Determinare un regolatore $R(s)$ tale che il sistema in anello chiuso sia asintoticamente stabile e che:

1. l'errore a transitorio esaurito prodotto da $y^o(t)$ e $d_a(t)$ sia nullo,
2. la pulsazione critica ω_c sia compresa tra 0.1 e 1rad/s,
3. il margine di fase φ_m sia di almeno 45° ,
4. l'ampiezza dell'effetto asintoticamente prodotto dal disturbo $d_r(t)$ su $y(t)$ non superi 0.1.